Приложение

к рабочей программе

учебной дисциплины

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**для реализации программы дисциплины**

**ЕН.01. Математика**

**ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1 и ПОДГОТОВКА К ЭКЗАМЕНУ**

для специальности

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте

(по видам)

заочное отделение

*Базовая подготовка*

2023

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Стр. |
|  | **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА** | 3 |
|  | **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ** | 5 |
|  | **ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ** | 15 |
|  | **ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ** | 20 |
|  | **СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ** | 21 |

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Учебная дисциплина ЕН.01.Математика относится к математическому и общему естественнонаучному циклу, формирует базовые знания для освоения учебных дисциплин профессионального модуля.

После изучения материала обучающийся должен выполнить домашнюю контрольную работу. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради в соответствии с заданным вариантом в сроки, обусловленные учебным планом. Вариант контрольной работы определяется двумя последними цифрами шифра обучающегося по таблице вариантов.

Контрольная работа выполняется в отдельной тетради в клеточку черной или синей пастой. На первом листе контрольной работы записывается вариант обучающегося и перечисляются соответствующие ему задания контрольной работы. Каждое задание выполняется с нового листа через клетку. Условие задачи переписывается без сокращений. Решение задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными, все вычисления, в том числе и промежуточные, полными. Рекомендуется делать ссылки на соответствующие теоремы и формулы, которые были использованы при решении задачи. В конце контрольной работы приводится список используемой литературы, а также дата выполнения и подпись обучающегося.

После проверки работы преподавателем, обучающийся должен выполнить работу над ошибками (если они имеются в работе), для этого перерешать все неправильно решенные задачи. Работа над ошибками выполняется в той же тетради после рецензии преподавателя.

Если контрольная работа «не зачтена», обучающийся должен представить контрольную работу для повторного рецензирования. Без первоначального варианта повторно выполненная контрольная работа рецензированию не подлежит и возвращается обучающемуся.

К экзамену обучающийся допускается только с зачтенной контрольной работой. На экзамене обучающийся должен дать все необходимые пояснения по решенным задачам.

При затруднениях, возникающих при выполнении контрольной работы, обучающийся может получить консультацию преподавателя.

Экзамен проводится по билетам. Помимо теоретических вопросов билет на экзамене включает в себя практическое задание.

В методических указаниях приведены варианты заданий для контрольной работы, задания к контрольной работе, перечень вопросов для подготовки к экзамену.

Контрольная работа №1

Задание на контрольную работу №1 составлено в 50 вариантах. Каждый вариант состоит из 5-ти заданий.

В соответствии с таблицей 1 необходимо по двум последним цифрам шифра выбрать номера контрольных вопросов, на которые необходимо дать ответы.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Две последние цифры шифра | | Номер варианта | Номера задач | Две последние цифры шифра | | Номер варианта | Номера задач |
| 1 | 51 | **1** | 3;34;65;96;127;151;181 | 26 | 76 | **26** | 28;59;90;91;122;176;182 |
| 2 | 52 | **2** | 4;35;66;97;128;152;183 | 27 | 77 | **27** | 29;60;61;92;123;177;184 |
| 3 | 53 | **3** | 5;36;67;98;129;153;185 | 28 | 78 | **28** | 30;31;62;93;124;178;186 |
| 4 | 54 | **4** | 6;37;68;99;130;154;187 | 29 | 79 | **29** | 1;32;63;94;125;179;188 |
| 5 | 55 | **5** | 7;38;69;100;131;155;189 | 30 | 80 | **30** | 2;33;64;95;126;180;190 |
| 6 | 56 | **6** | 8;39;70;101;132;156;191 | 31 | 81 | **31** | 5;37;69;102;134;153;192 |
| 7 | 57 | **7** | 9;40;71;102;133;157;193 | 32 | 82 | **32** | 8;40;73;105;137;154;194 |
| 8 | 58 | **8** | 10;41;72;103;134;158;195 | 33 | 83 | **33** | 11;43;76;108;140;155;196 |
| 9 | 59 | **9** | 11;42;73;104;135;159;197 | 34 | 84 | **34** | 14;47;79;111;143;156;198 |
| 10 | 60 | **10** | 12;43;74;105;136;160;196 | 35 | 85 | **35** | 17;50;82;114;147;157;200 |
| 11 | 61 | **11** | 13;44;75;106;137;161199 | 36 | 86 | **36** | 20;53;85;117;150;158;202 |
| 12 | 62 | **12** | 14;45;76;107;138;162;201 | 37 | 87 | **37** | 23;56;88;120;124;159;204 |
| 13 | 63 | **13** | 15;46;77;108;139;163;203 | 38 | 88 | **38** | 26;59;62;95;127;160;206 |
| 14 | 64 | **14** | 16;47;78;109;140;164;205 | 39 | 89 | **39** | 29;33;65;98;130;161;208 |
| 15 | 65 | **15** | 17;48;79;110;141;165;207 | 40 | 90 | **40** | 2;36;68;101;133;162;210 |
| 16 | 66 | **16** | 18;49;80;111;142;166;209 | 41 | 91 | **41** | 5;39;71;104;137;163;182 |
| 17 | 67 | **17** | 19;50;81;112;143;167;181 | 42 | 92 | **42** | 8;42;74;107;140;164;183 |
| 18 | 68 | **18** | 20;51;82;113;144;168;181 | 43 | 93 | **43** | 11;45;77;110;143;165;199 |
| 19 | 69 | **19** | 21;52;83;114;145;169;184 | 44 | 94 | **44** | 15;49;81;116;152;166185 |
| 20 | 70 | **20** | 22;53;84;115;146;170;186 | 45 | 95 | **45** | 19;52;84;119;159;167;187 |
| 21 | 71 | **21** | 23;54;85;116;147;171;188 | 46 | 96 | **46** | 22;57;89;92;121;168;189 |
| 22 | 72 | **22** | 24;55;86;117;148;172;192 | 47 | 97 | **47** | 27;31;75;97;128;169;191 |
| 23 | 73 | **23** | 25;56;87;118;149;173;190 | 48 | 98 | **48** | 30;34;81;99;131;170;193 |
| 24 | 74 | **24** | 26;57;88;119;150;174;198 | 49 | 99 | **49** | 6;35;86;106;136;171;195 |
| 25 | 75 | **25** | 27;58;89;120;121;175;200 | 50 | 00 | **50** | 7;38;72;112;143;172;197 |

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

***Вычисление пределов функций.***

Число  называется пределом последовательности x1,х2,…,xn , если для всякого сколь угодно малого положительного числа  найдется такое положительное число *N*, что  при . В этом случае пишут: .

Число  называется пределом функции  при , если для любого сколь угодно малого  найдется такое , что  при . Это записывают так: 

Аналогично , если  при .

Условно записывают , если  при , где *М* - произвольное положительное число. В этом случае функция  называется бесконечно большой при . Если , то функция  называется бесконечно малой при .

Практическое вычисление пределов основывается на следующих теоремах.

Если существуют  и , то

1. 
2. ;
3. ;
4. 
5.  (при ).

Путем элементарных рассуждений, основанных на свойствах пределов, можно получить следующие наиболее часто встречающиеся пределы (постоянная ):

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

 (первый замечательный предел);

 (второй замечательный предел)

Функция  называется непрерывной в точке , если:

1) эта функция определена в некоторой окрестности и точки ;

2) существует предел ;

3) этот предел равен значению функции в точке , т.е. .

При нахождении пределов часто используется тот факт, что все основные элементарные функции непрерывны при всех значениях , для которых они определены.

*Пример 1.* Вычислить .

Решение. 

*Пример 2*. Вычислить .

Решение. Здесь  и . Так как , то

.

*Пример 3*. Вычислить предел .

Решение. Здесь  и . Так как , то



Неопределенность .

Неопределенности такого вида возникают при вычислении пределов типа: , если 

При этом возможны частные случаи:

1. Числитель  и знаменатель  дроби − многочлены.

Для вычисления предела необходимо разложить числитель и знаменатель на множители и сократить дробь на множитель, порождающий нуль.

*Пример 4*. Вычислить предел .

Решение*.* Здесь  и . Имеем неопределенность . Разложим числитель и знаменатель на множители. 

*Пример 5*. Найти 

Решение. Разложим на множители числитель и знаменатель дроби:



2. Числитель или знаменатель дроби, или оба содержат иррациональность. Для решения примера необходимо освободиться от иррациональности, умножив числитель и знаменатель дроби на сопряженное выражение, сократить дробь на множитель, порождающий нуль.

*Пример 6*. Вычислить 

*Решение*. При числитель и знаменатель стремятся к нулю. Так как то теорему о пределе частного применять нельзя. Для раскрытия неопределенности  умножим числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное знаменателю, получим:

*Пример 7.* Найти 

Решение. При числитель и знаменатель стремятся к нулю. Для раскрытия неопределенности  умножим числитель и знаменатель на выражение, сопряженное знаменателю по формуле разности кубов. Тогда получим:

=

3. Выражение содержит тригонометрические функции. Для решения примера необходимо путем тригонометрических и алгебраических преобразований свести его к первому замечательному пределу.

*Пример 8.* Найти 

Решение. Подстановкой предельного значения  убедимся, что имеем неопределенность . Применяем тригонометрическую формулу , преобразуем полученное выражение, сводим к первому замечательному пределу.



Неопределенность вида 

1. Числитель и знаменатель дроби при - полиномы.

Для раскрытия неопределенности целесообразно числитель и знаменатель разделить на степень с наивысшим показателем, а затем перейти к пределу.

*Пример 9.* Найти 

Решение**.** 

*Пример 10*. Найти 

Решение**.** Поделим числитель и знаменатель дроби на старшую степень  (выбираем из двух вариантов и ), т.е на 

# Тогда

Неопределенность вида 

Неопределенности такого вида появляются при решении примеров вида: , где ,  или , где , .

Преобразуя выражения, сводим их ко второму замечательному пределу.

*Пример 11.* Найти .

Решение**.** ****



***Дифференциальные исчисления функций одной переменной***

Функция  описывает зависимость между двумя переменными ве­личинами  и *.* Если независимая переменная в точке получила прираще­ние (т.е. )*,* то переменная  получит приращение .

Предел отношения , если  стремится к нулю, называется производной функции в точке и обозначается  или . 

Операция нахождения производной функции называется дифференцированием. Функция, имеющая производную в некоторой точке, называется дифференцируемой в этой точке.

***Производная сложной функции***

Пусть , где является не независимой переменной, а функцией независимой переменной , т.е. ***.*** Таким образом, .В этом случае функция называется сложной функцией ,а переменная  − промежуточным аргументом.

Производная сложной функции находится на основании следующей теоремы: если  и  – дифференцируемые функции своих аргументов, то производная сложной функции  существует и равна произведению производной функции  по промежуточному аргументу  на производную промежуточного аргумента  по независимой переменной . 

Эта теорема распространяется и несложные функции, которые задаются с помощью цепочки, содержащей три звена и более.

*Формулы дифференцирования*

*С* – постоянная,  и  функции аргумента 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. | | 4. | | | 7. |
| 2. | | 5. | | |
| 3. | | 6. | | |  |
| *Основные элементарные функции* | | | *Сложные функции* | | | |
|  |  | | 8а |  | | |
|  |  | | 9а |  | | |
|  |  | | 10а |  | | |
|  |  | | 11а |  | | |
|  |  | | 12а |  | | |
|  |  | | 13а |  | | |
|  |  | | 14а |  | | |
|  |  | | 15а |  | | |
|  |  | | 16а |  | | |
|  |  | | 17а |  | | |
|  |  | | 18а |  | | |
|  |  | | 19а |  | | |
|  |  | | 20а |  | | |

*Пример 12*. Найти производную функции .

Решение. Данная функция есть алгебраическая сумма функций. Дифференцируем ее, используя формулы 3, 5 и 8: 

*Пример 13.* Найти производную функции .

Решение: применив последовательно формулы 4, 3, 5 и 8, имеем

.

*Пример 14.* Найти производную функции .

*Решение*. Применяя формулы 6, 3, 7 и 1, получим:



*Пример 15*. Найти производную функции  и вычислить ее значение при 

Решение. Это сложная функция с промежуточным аргументом . Используя формулы 8а и 13, имеем: .

Вычислим значение производной при .

.

*Пример 16*. Найти производную функции .

Решение*.* Используя правило дифференцирования произведения и соответствующие формулы нахождения производных, получим

.

*Пример 17.* Найти производную функции .

Решение: используя правило дифференцирования частного и соответствующие формулы нахождения производных, получим



*Пример 18*. Найти производную функции .

Решение: полагая , получим .



*Пример 19.* Найти производную функции .

Решение*.*



Производные высших порядков

Производная функции в общем случае является функцией от ***.*** Если от этой функции вычислять производную, то получим производную вто­рого порядка или вторую производную функции .

Второй производной функции называется производная от ее пер­вой производной .

Вторая производная функции обозначается одним из символов: , , .

Аналогично определяются и обозначаются производные любого порядка. Например, производная третьего порядка: , , .

*Пример 20*. Найти вторую производную функции .

Решение*.* Сначала найдем первую производную:

Дифференцируя еще раз, найдем вторую производную: .

*Пример 21.* Найти вторую производную функции 

Решение*.* Сначала найдем первую производную этой сложной функции:

Дифференцируя еще раз, найдем вторую производную:

***Неопределенный интеграл*.**

Определение: функция *F(x)* называется первообразной для функции *f(x)* в промежутке , если в любой точке этого промежутка ее производная равна f(x):

.

Определение: совокупность первообразных для функции *f(x)* называется неопределенным интегралом и обозначается символом . Таким образом, .

Здесь *f(x)*- подынтегральная функция, - подынтегральное выражение, С – произвольная постоянная.

Основные свойства неопределенного интеграла.

1. Если функция имеет первообразную, то , .
2. Если - дифференцируемая функция, то , .
3. Если функция имеет первообразную, то при  верно равенство .
4. Если функция и  имеют первообразные, то .

**Таблица неопределенных интегралов.**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.при | 2. |
| 3. | 4. |
| 5. | 6. |
| 7. | 8. |
| 9. | 10. |
| 11. | 12. |
| 13. | 14. |

*Пример 22.*Для функции , найти первообразную *F(x)*, график которой проходит через точку (2;2).

Решение: так как при всех верно равенство  то - одна из первообразных функции . Следовательно,  С – некоторая постоянная. Постоянную С находим из условия *F(2)=2*, то есть откуда . Значит, .

*Пример 23.* Найти интеграл .

Решение: .

*Пример 24.* Найти интеграл .

Решение*:* 

*Пример 25.*Найти интеграл .

Решение: так как , то .

*Пример 26.* Найти интеграл .

Решение: так как , то .

*Пример 27.*Найти интеграл .

Решение: так как , то .

*Пример 28*.Найти интеграл .

Решение:

***Определенный интеграл***

Пусть функция  определена на отрезке . Разобьем этот отрезок на n частей точками , выберем на каждом элементарном отрезке произвольную точку и обозначим через  длину каждого такого отрезка.

*Определение*. Интегральной суммой для функции  на отрезке  называется сумма вида .

*Определение*. Определенным интегралом от функции  на отрезке  называется предел интегральной суммы при условии, что длина наибольшего из элементарных отрезков стремится к нулю: .

Для любой функции *,* непрерывной на отрезке , всегда существует определенный интеграл .

Для вычисления определенного интеграла от функции  в том случае, когда можно найти соответствующий неопределенный интеграл , служит формула Ньютона – Лейбница: , то есть определенный интеграл равен разности значений первообразной при верхнем и нижнем пределах интегрирования.

При вычислении определенного интеграла методом замены переменной (способом подстановки) определенный интеграл  преобразуется с помощью подстановки  в определенный интеграл относительно новой переменной . При этом старые пределы интегрирования  и , которые находятся из исходной подстановки: , . Таким образом, имеем .

*Пример 29.*Вычислить определенный интеграл: .

Решение:

.

*Пример 30.*Вычислить определенный интеграл: .

Решение: .

*Пример 31.*Вычислить определенный интеграл: .

.

*Пример 32.* Вычислить определенный интеграл: .

Решение: .

*Пример 33.* Вычислить определенный интеграл: .

Решение: положим , тогда , . Вычисляем новые пределы интегрирования: , . Поэтому

.

*Пример 34.* Вычислить определенный интеграл: .

Решение: преобразуем подкоренное выражение: . Положим , откуда . Найдем новые пределы интегрирования: , . Следовательно,

.

***Дифференциальные уравнения***

***Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.***

Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную , искомую функцию и еѐ производные или дифференциалы.

Символически дифференциальное уравнение записывается так:

.

Дифференциальное уравнение называется *обыкновенным*, если искомая функция зависит от одного независимого переменного.

- обыкновенные дифференциальные уравнения.

*Порядком* дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

- второго порядка; - первого порядка; – третьего порядка.

*Дифференциальным уравнением первого порядка* называется уравнение, в которое входят производные (или дифференциалы) не выше первого порядка.

*Общим решением* дифференциального уравнения первого порядка называется такая функция , которая обращает это уравнение в тождество и зависит от одной произвольной постоянной .

*Общим интегралом* дифференциального уравнения называется равенство вида , неявно задающее общее решение

Придавая конкретное значение , удовлетворяющее любому заданному начальному условию , можно получить решение .

Частным решением дифференциального уравнения называется решение .

Соотношение называется в этом случае *частным интегралом*.

Задача отыскания решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям, называется *задачей Коши*.

График частного решения дифференциального уравнения называется интегральной кривой.

Общему решению дифференциального уравнения соответствует совокупность (семейство) всех интегральных кривых.

*Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными* называется уравнение вида

, где

- функции переменной ; - функции переменной .

***Схема решения ДУ с разделяющимися переменными.***

1. Выразить производную функции через дифференциалы .

2. Умножить обе части уравнения на и упростить полученное выражения.

3. Члены с одинаковыми дифференциалами перенести в одну сторону равенства и вынести общие множители за скобки.

4. Разделить перемененные. То есть к собрать функции, содержащие только , к собрать функции, содержащие только . Для этого разделить обе части равенства на произведение «ненужных» функций.

5. Интегрируем обе части равенства и находим общий интеграл.

*Если необходимо*.

6. Находят общее решение.

7. Если заданы начальные условия, то находят частное решение.

*В зависимости от вида уравнения некоторые пункты алгоритма могут быть отпущены.*

*Пример 35.* Решить дифференциальное уравнение с разделяющимся переменным

Решение.

1. Выразим производную функции через дифференциалы

2. Умножим обе части уравнения на и упростим полученное выражения

3. Члены с одинаковыми дифференциалами переносим в одну сторону равенства

4. Делим перемененные. То есть к собираем функции, содержащие только , к собираем функции, содержащие только . Для этого разделим обе части равенства на произведение «ненужных» функций.

5. Интегрируем обе части равенства и находят общий интеграл

- общий интеграл дифференциального уравнения.

***Задания.***

**№№ 1– 90**. Найдите пределы функции.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** |  | **№** |  | **№** |  |
| **1** |  | **31** |  | **61** |  |
| **2** |  | **32** |  | **62** |  |
| **3** |  | **33** |  | **63** |  |
| **4** |  | **34** |  | **64** |  |
| **5** |  | **35** |  | **65** |  |
| **6** |  | **36** |  | **66** |  |
| **7** |  | **37** |  | **67** |  |
| **8** |  | **38** |  | **68** |  |
| **9** |  | **39** |  | **69** |  |
| **10** |  | **40** |  | **70** |  |
| **11** |  | **41** |  | **71** |  |
| **12** |  | **42** |  | **72** |  |
| **13** |  | **43** |  | **73** |  |
| **14** |  | **44** |  | **74** |  |
| **15** |  | **45** |  | **75** |  |
| **16** |  | **46** |  | **76** |  |
| **17** |  | **47** |  | **77** |  |
| **18** |  | **48** |  | **78** |  |
| **19** |  | **49** |  | **79** |  |
| **20** |  | **50** |  | **80** |  |
| **21** |  | **51** |  | **81** |  |
| **22** |  | **52** |  | **82** |  |
| **23** |  | **53** |  | **83** |  |
| **24** |  | **54** |  | **84** |  |
| **25** |  | **55** |  | **85** |  |
| **26** |  | **56** |  | **86** |  |
| **27** |  | **57** |  | **87** |  |
| **28** |  | **58** |  | **88** |  |
| **29** |  | **59** |  | **89** |  |
| **30** |  | **60** |  | **90** |  |

**№№ 91– 120**. Найти производные функции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** |  | **№** |  |
| **91** | а) | **92** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **93** | а) | **94** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **95** | а) | **96** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **97** | а) | **98** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **99** | а) | **100** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **101** | а) | **102** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **103** | а) | **104** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **105** | а) | **106** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **107** | а) | **108** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **109** | а) | **110** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **111** | а) | **112** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **113** | а) | **114** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **115** | а) | **116** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **117** | а) | **118** | а) |
|  | б) |  | б) |
| **119** | а) | **120** | а) |
|  | б) |  | б) |

**№№ 121– 150**. Найти неопределенный интеграл.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** |  |  |  |
| **121** | а) | б) | в) |
| **122** | а) | б) | в) |
| **123** | а) | б) | в) |
| **124** | а) | б) | в) |
| **125** | а) | б) | в) |
| **126** | а) | б) | в) |
| **127** | а) | б) | в) |
| **128** | а) | б) | в) |
| **129** | а) | б) | в) |
| **130** | а) | б) | в) |
| **131** | а) | б) | в) |
| **132** | а) | б) | в) |
| **133** | а) | б) | в) |
| **134** | а) | б) | в) |
| **135** | а) | б) | в) |
| **136** | а) | б) | в) |
| **137** | а) | б) | в) |
| **138** | а) | б) | в) |
| **139** | а) | б) | в) |
| **140** | а) | б) | в) |
| **141** | а) | б) | в) |
| **142** | а) | б) | в) |
| **143** | а) | б) | в) |
| **144** | а) | б) | в) |
| **145** | а) | б) | в) |
| **146** | а) | б) | в) |
| **147** | а) | б) | в) |
| **148** | а) | б) | в) |
| **149** | а) | б) | в) |
| **150** | а) | б) | в) |

**№№ 151– 180**. Вычислить определенный интеграл.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **151** | а) | б) |
| **152** | а) | б) |
| **153** | а) | б) |
| **154** | а) | б) |
| **155** | а) | б) |
| **156** | а) | б) |
| **157** | а) | б) |
| **158** | а) | б) |
| **159** | а) | б) |
| **160** | а) | б) |
| **161** | а) | б) |
| **162** | а) | б) |
| **163** | а) | б) |
| **164** | а) | б) |
| **165** | а) | б) |
| **166** | а) | б) |
| **167** | а) | б) |
| **168** | а) | б) |
| **169** | а) | б) |
| **170** | а) | б) |
| **171** | а) | б) |
| **172** | а) | б) |
| **173** | а) | б) |
| **174** | а) | б) |
| **175** | а) | б) |
| **176** | а) | б) |
| **177** | а) | б) |
| **178** | а) | б) |
| **179** | а) | б) |
| **180** | а) | б) |

**№№ 181– 210**. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **181** |  | **196** |  |
| **182** |  | **197** |  |
| **183** |  | **198** |  |
| **184** |  | **199** |  |
| **185** |  | **200** |  |
| **186** |  | **201** |  |
| **187** |  | **202** |  |
| **188** |  | **203** |  |
| **189** |  | **204** |  |
| **190** |  | **205** |  |
| **191** |  | **206** |  |
| **192** |  | **207** |  |
| **193** |  | **208** |  |
| **194** |  | **209** |  |
| **195** |  | **210** |  |

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ**

1. Числовая последовательность и её предел. Предел функции на бесконечности и в точке.
2. Свойства предела функции. Раскрытие неопределенности
3. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Вычисление пределов функций и последовательностей. Раскрытие неопределенности .
4. Первый и второй замечательные пределы.
5. Определение производной функции, её физический и геометрический смысл. Уравнение касательной.
6. Правила и формулы дифференцирования. Дифференцируемость функции.
7. Дифференцирование сложных функций.
8. Производные высших порядков.
9. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала
10. Исследование функций с помощью производной: интервалы монотонности и экстремумы функций.
11. Выпуклость графика функций. Точки перегиба. Асимптоты.
12. Неопределенный интеграл, его свойства.
13. Метод непосредственного интегрирования в неопределенном интеграле.
14. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
15. Определенный интеграл, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.
17. Приложения определенного интеграла в геометрии. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.
18. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
19. Дифференциальные уравнения I порядка: общее и частное решение, геометрический смысл, начальные условия, задача Коши.
20. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
22. Знакопостоянные числовые ряды. Основные определения, свойства сходящихся рядов.
23. Необходимый признак сходимости числовых рядов.
24. Признак сходимости Даламбера
25. Знакопеременные и знакочередующиеся числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость.
26. Признак Лейбница.
27. Функциональные ряды. Определение, область сходимости.
28. Степенные ряды, интервал сходимости.
29. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям, к вычислению определенных интегралов.
30. Тригонометрический ряд Фурье для функций с периодом Т=2π. Формулировка условий разложимости функций в ряды Фурье.
31. Комбинаторика. Основные формулы комбинаторики.
32. Вероятность события, свойства вероятности
33. Сумма событий и её вероятность.
34. Произведение событий и его вероятность.
35. Случайная величина. Виды случайных величин.

**СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

**Основные источники:**

1. Гончаренко, В. М., Элементы высшей математики. : учебник / В. М. Гончаренко, Л. В. Липагина, А. А. Рылов. — Москва : КноРус, 2024. — 363 с. — ISBN 978-5-406-13414-6. — URL: https://book.ru/book/954527. — Текст : электронный.

**Дополнительные источники:**

2. Башмаков, М. И., Математика : учебник / М. И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2024. — 394 с. — ISBN 978-5-406-12450-5. — URL: https://book.ru/book/951555. — Текст : электронный.

3. Седых, И. Ю., Дискретная математика : учебное пособие / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков. — Москва : КноРус, 2022. — 329 с. — ISBN 978-5-406-09534-8. — URL: https://book.ru/book/943182. — Текст : электронный.

**Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

4. Электронная библиотека Учебно-методического центра по образованию на железнодорожном транспорте : официальный сайт. – URL : https://umczdt.ru/books/. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

5. Лань : электронная библиотечная система. – URL : https://e.lanbook.com/. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

6. BOOK.ru: электронно-библиотечная система : сайт / КНОРУС : издательство учебной литературы. – URL : https://book.ru/. – Режим доступа: для авториз. пользователей – Текст : электронный.

7. eLIBRARY.RU : научная электронная библиотека : сайт. – Москва, 2000. – URL : http://elibrary.ru. – Режим доступа: для зарегистрир.. пользователей. – Текст : электронный.