

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Гнатюк Максим Александрович
Должность: Первый проректор
Дата подписания: 11.07.2022 09:51:21
Уникальный программный ключ:
8873f497f100e798ae8c92c0d38e105c818d5410

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ЕН.01 Математика

для специальности

38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт (по отраслям)

Базовая подготовка среднего профессионального образования

Год начала подготовки 2020

Самара 2020

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

1.1. Область применения контрольно-оценочных материалов

Результатом освоения дисциплины «Математика» является формирование знаний, умений и навыков, общекультурных компетенций.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине является – дифференцированный зачет.

Виды проведения текущего контроля: письменный, устный, комбинированный опрос.

1.2. Требования к результатам освоения учебной дисциплины.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

уметь:

- **У1** решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

- **У2** быстро и точно осуществлять поиск, а также обосновывать выбор применения современных технологий обработки результатов поиска;

- **У3** организовывать самостоятельную работу при освоении профессиональных компетенций; стремиться к самообразованию и повышению профессионального уровня;

- **У4** эффективно работать в коллективе, соблюдать профессиональную этику;

- **У5** ясно, чётко, однозначно излагать математические факты, а также рассматривать профессиональные проблемы, используя математический аппарат;

- **У6** рационально и корректно использовать информационные ресурсы в профессиональной и учебной деятельности;

- **У7** обоснованно и адекватно применять методы и способы решения задач в профессиональной деятельности;

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся

должен знать:

- **З1** основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

- **З2** основные понятия и методы теории комплексных чисел, линейной алгебры, математического анализа;

- **З3** роль математики в профессиональной деятельности;

- **З4** математические понятия и определения, способы доказательств математическими методами;

- **З5** математические методы при решении задач, связанных с будущей профессиональной деятельностью и иных прикладных задач;

- **З6** математический анализ информации, представленной различными способами, а также методов построения графиков различных процессов;

- **З7** экономико-математические методы, взаимосвязи основ высшей математики с экономикой и дисциплинами общепрофессионального цикла.

Компетенции:

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;

ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;

ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

2. Модели контролируемых компетенций

Таблица 1. Модели контролируемых компетенций

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины	Требования для освоения дисциплины
ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;	Знать: З1 способы решения задач в математике; З2 роль математики в жизни человека и общества;
	Уметь: У1 ориентироваться в способах решения задач по математике; У2 определить значение математики для формирования личности, гражданской позиции и профессиональных навыков;
ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;	Знать: З1 способы поиска, анализа и интерпретации информации по основам математики для выполнения задач профессиональной деятельности
	Уметь: У1 осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации по основам математики для выполнения задач профессиональной деятельности
ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;	Знать: З1 способы планирования и реализации собственного профессионального и личностного развития ; З2 методы планирования и реализации собственного профессионального и личностного развития ;

	<p>Уметь: У1 планировать и реализовывать свое собственное профессиональное и личностное развитие ; У2 определить соотношение для жизни человека свободы и ответственности, материальных и духовных ценностей; У3 сформулировать представление об истине и смысле жизни.</p>
<p>ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;</p>	<p>Знать: З1 основы работы в команде при решении задач по математике З2 способы эффективного общения с коллегами, руководством, клиентами \ потребителями</p> <p>Уметь: У1 работать в команде при решении задач по математике У2 владеть способами эффективного общения с коллегами, руководством, клиентами \ потребителями;</p>
<p>ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;</p>	<p>Знать: З1 основные понятия автоматизированной обработки информации З2 общий состав и структуру персональных компьютеров и вычислительных систем; З3 состав, функции и возможности использования информационных телекоммуникационных технологий профессиональной деятельности;</p> <p>Уметь: У1 использовать технологии сбора, размещения хранения, накопления, преобразования и передачи данных в профессионально ориентированных информационных системах; У2 автоматизировать математические расчеты; У3 использовать в профессиональной деятельности различные виды программного обеспечения, в т.ч. специального;</p>

2.2. Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по разделам (темам)

Элемент учебной дисциплины		Текущая аттестация (текущий контроль успеваемости)	
		Наименование оценочного средства	Результаты освоения (знания, умения, компетенции)
Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел			
Тема 1.1	Комплексные числа и действия над ними	НС, ПЗ	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Раздел 2. Элементы линейной алгебры			
Тема 2.1.	Матрицы и определители	НС; ПЗ	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 2.2.	Методы решения систем линейных уравнений	НС; ПЗ	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 2.3.	Моделирование и решение задач линейного программирования	НС; ПЗ	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Раздел 3. Введение в анализ			
Тема 3.1.	Функции многих переменных	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 3.2.	Пределы и непрерывность	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Раздел 4. Дифференциальные исчисления			
Тема 4.1.	Производная и дифференциал	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения			

Элемент учебной дисциплины		Текущая аттестация (текущий контроль успеваемости)	
		Наименование оценочного средства	Результаты освоения (знания, умения, компетенции)
Тема 5.1.	Неопределённый интеграл	НС; ПЗ	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 5.2.	Определённый интеграл	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 5.3.	Несобственный интеграл	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Тема 5.4.	Дифференциальные уравнения	НС; ПЗ.	У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7 З1, З2, З3, З4, З5, З6, З7 ОК1, ОК2, ОК3, ОК4, ОК9
Промежуточная аттестация по учебной дисциплине		ДЗ	

Принятые сокращения, З – зачет, ДЗ – дифференцированный зачет, НС – накопительная система оценивания, Э – экзамен, РЗ – решение задач, ТР – написание и защита творческих работ (устно или с применением информационных технологий) ЛЗ – итоги выполнения и защита лабораторных работ, ПЗ – итоги выполнения и защита практических работ, ПР – проверочная работа, ВСП – выполнение внеаудиторно самостоятельной работы (домашние работы и другие виды работ или заданий), РЗ – решение задач, ЗАЧ – устные или письменный зачет, КПП – выполнение и защита курсового проекта. Для результатов освоения указывают только коды знаний, умений и компетенций

3. Текущая аттестация студентов.

Текущая аттестация по учебной дисциплине «Математика» предусматривает: проводится в форме контрольных мероприятий (*устный опрос, защита практических работ и пр.*), оценивание фактических результатов обучения студентов осуществляется преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

Активность студента на занятиях оценивается на основе выполненных студентом работ и заданий, предусмотренных данной рабочей программой учебной дисциплины.

Задания для текущей аттестации.

Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел

Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними

Вопросы для устных (письменных) опросов:

1. Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над ними.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел.
3. Модуль и аргументы комплексного числа.
4. Решение алгебраических уравнений.

Раздел 2. Элементы линейной алгебры

Тема 2.1. Матрицы и определители

Вопросы для устных(письменных) опросов :

1. Экономико-математические методы.
2. Матричные модели.
3. Матрицы и действия над ними.
4. Определитель матрицы.

Тема 2.2. Методы решения систем линейных уравнений

Вопросы для устных(письменных) опросов :

1. Метод Гаусса.
2. Правило Крамера.
3. Метод обратной матрицы.

Тема 2.3. Моделирование и решение задач линейного программирования

Вопросы для устных (письменных) опросов :

1. Математические модели.
2. Задачи на практическое применение математических моделей.

3. Общая задача линейного программирования.
4. Матричная форма записи.

Раздел 3. Введение в анализ

Тема 3.1. Функции многих переменных

Вопросы для устных(письменных) опросов :

1. Функции двух переменных, способы задания, символика, область определения.
2. Функции нескольких переменных, способы задания, символика, область определения.

Тема 3.2. Пределы и непрерывность

Вопросы для устных(письменных) опросов :

1. Предел функции.
2. Бесконечно малые функции.
3. Метод эквивалентных бесконечно малых величин.
4. Раскрытие неопределённости вида $0/0$ и ∞/∞ .
5. Замечательные пределы.
6. Непрерывность функции.

Раздел 4. Дифференциальные исчисления

Тема 4.1. Производная и дифференциал

Вопросы для устных (письменных) опросов :

1. Производная функции.
2. Первый дифференциал функции, связь с приращением функции.
3. Основные правила дифференцирования.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Возрастание и убывание функций.
6. Экстремумы функций.
7. Частные производные функции нескольких переменных.
8. Полный дифференциал.
9. Частные производные высших порядков.

Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

Тема 5.1. Неопределённый интеграл

Вопросы для устных (письменных) опросов :

1. Первообразная функция и неопределённый интеграл.
2. Основные правила неопределённого интегрирования.

Тема 5.2. Определённый интеграл

Вопросы для устных (письменных) опросов:

1. Задача нахождения площади криволинейной трапеции.
2. Определённый интеграл.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Основные свойства определённого интеграла.

Тема 5.3. Несобственный интеграл

Вопросы для устных(письменных) опросов:

1. Интегрирование неограниченных функций.
2. Интегрирование по бесконечному промежутку.

Тема 5.4. Дифференциальные уравнения

Вопросы для устных(письменных) опросов:

1. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия и определения.

Критерии оценки

«отлично» - ставится за такие знания, когда:

- студент обнаруживает усвоение всего объема программного материала;
- выделяет главные положения в изученном материале и не затрудняется при ответах на видоизмененные вопросы;
- не допускает ошибок в воспроизведении изученного материала.

«хорошо» - ставится, когда:

- студент знает весь изученный материал;
- отвечает без особых затруднений на вопросы преподавателя;
- в устных ответах не допускает серьезных ошибок, легко устраняет отдельные неточности с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

«удовлетворительно» - ставится за знания, когда:

- студент обнаруживает усвоение основного материала, но испытывает затруднение при его самостоятельном воспроизведении и требует дополнительных и уточняющих вопросов преподавателя,
- предпочитает отвечать на вопросы, воспроизводящего характера и испытывает затруднение при ответах на видоизмененные вопросы,

«неудовлетворительно» - ставится, когда у студента имеются отдельные представления об изученном материале, но все же большая часть материала не усвоена.

4. Дополнительные задания для текущей аттестации

Раздел 2. Элементы линейной алгебры

Тема 2.1. Матрицы и определители

Сложение и вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матрицы на матрицу, транспонирование матриц, нахождение обратных матриц и определителей матриц.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1.5 & \frac{1}{7} \\ \sqrt[3]{2} & 0 \\ \ln 17 & e^2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ \frac{5}{-2} & 1 \\ \log_2 3 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Найдите сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1+i & 3-\sqrt{2}\cdot i & 3 \\ i & 2+2\cdot i & 0 \end{pmatrix}$$

Найдите сумму двух матриц

$$B = \begin{pmatrix} -i & -3-\sqrt{2}\cdot i & i \\ -i & 2-2\cdot i & 0 \end{pmatrix}$$

элементами которых являются комплексные числа.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Выполните сложение трех матриц

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & 2 \\ -\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найдите произведение числа 2 и матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \end{pmatrix} \text{ на число } \frac{1}{\sqrt{29}}$$

Выполните умножение матрицы

на число

Найдите все элементы матрицы C, которая получается при умножении матриц

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Тема 2.2. Методы решения систем линейных уравнений

Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, по правилу Крамера и методом обратной матрицы

Решить систему уравнений:

а) по формулам Крамера;

б) с помощью обратной матрицы;

в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 5x + 2y - 7z = 36 \\ 3x - 5y + 4z = 1 \\ 2x + y - 3z = 15 \end{cases}$$

Решение: а) запишем матрицы A и B:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -7 \\ 3 & -5 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 36 \\ 1 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Вычислим определители:

$$\Delta = 75 + 16 - 21 - (70 + 20 - 18) = 70 - 72 = -2$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 36 & 2 & -7 \\ 1 & -5 & 4 \\ 15 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -540 + 120 - 7 - (525 - 6 + 144) = -10$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 36 & -7 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 15 & -3 \end{vmatrix} = -15 + 288 - 315 - (-14 + 300 - 324) = -4$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 36 \\ 3 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 15 \end{vmatrix} = -375 + 4 + 108 - (-360 + 5 + 90) = 2$$

По правилу Крамера:

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-10}{-2} = 5 \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-4}{-2} = 2 \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{2}{-2} = -1$$

б) Так как $\Delta = -2 \neq 0$, то матрица A^{-1} существует. Найдём алгебраические дополнения элементов матрицы A :

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 11 \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -5 & 4 \end{vmatrix} = -27$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 17 \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -41$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 13 \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = -31$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 11 & -1 & -27 \\ 17 & -1 & -41 \\ 13 & -1 & -31 \end{bmatrix}$$

Тогда

$$X = A^{-1}B = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 11 & -1 & -27 \\ 17 & -1 & -41 \\ 13 & -1 & -31 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 36 \\ 1 \\ 15 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 11 \cdot 36 - 1 - 27 \cdot 15 \\ 17 \cdot 36 - 1 - 41 \cdot 15 \\ 13 \cdot 36 - 1 - 31 \cdot 15 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -10 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Отсюда $x = 5$, $y = 2$, $z = -1$

в) Выпишем расширенную матрицу системы и с помощью элементарных преобразований её строк приведём её к виду, когда под главной диагональю стоят только нули.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & -7 & 36 \\ 3 & -5 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 15 \end{array} \right] \text{меняю I и II столбец и перемещаю III строку:}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 15 \\ 2 & 5 & -7 & 36 \\ -5 & 3 & 4 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{(-2)I \sim, 5I} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 15 \\ 0 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 13 & -11 & 76 \end{array} \right] \xrightarrow{\times(-13)III \sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 15 \\ 0 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{array} \right]$$

Умножим первую строку на -2 и на 5 и прибавлю её соответственно ко II и III строкам. Далее умножим II строку на -13 и прибавлю её к III строке. Соответствующая система приобретёт вид:

$$\begin{cases} y + 2x - 3z = 15 \\ x - z = 6 \\ 2z = -2 \end{cases} \quad \begin{matrix} y = 2 \\ x = 5 \\ z = -1 \end{matrix}$$

найдем решение:

Ответ: (5; 2; -1).

Тема 2.3. Моделирование и решение задач линейного программирования

Графический метод решения задачи линейного программирования.

Задача 1. Колхоз имеет возможность приобрести не более 19 трехтонных автомашин и не более 17 пятитонных. Отпускная цена трехтонного грузовика - 4000 руб., пятитонного - 5000 руб. Колхоз может выделить для приобретения автомашин 141 тысячу рублей. Сколько нужно приобрести автомашин, чтобы их суммарная грузоподъемность была максимальной? Задачу решить графическими и аналитическими методами.

Задача 2. Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$$x - 2y \rightarrow \min, \max$$

$$\begin{cases} 5x + 3y \geq 30, \\ x - y \leq 3, \\ -3x + 5y \leq 15, \\ x \geq 0, \quad y \geq 0. \end{cases}$$

Задача 3. Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 11x_1 - 14x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \end{cases}$$

Задача 4. Среди чисел x и y , удовлетворяющих условиям

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ x + y \leq 1, \\ x - 4y \geq -2, \end{cases}$$

найти такие, при которых разность этих чисел $y - x$ принимает наибольшее значение.

Задача 5. Решить графическим методом ЗЛП, заданную указанной математической моделью.

$$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

Задача 6. Решите графически следующие задачи линейного программирования

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 7. Решить графическим методом

$$f = x_1 + x_2 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 30, \\ 5x_1 - x_2 \leq 25, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0,$$

$$x_2 \geq 0.$$

Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

Тема 5.1. Неопределённый интеграл

Интегральное исчисление функций одной вещественной переменной.

	Функция $f(x)$	Неопределённый интеграл $\int f(x) dx$
1	k (константа)	$kx + C$
2	x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
	$\frac{1}{x}$ ($x^{-1}, n = -1$)	$\ln x + C$
3	$\sin x$	$-\cos x + C$
	$\cos x$	$\sin x + C$
	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
4	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
	e^x ($a = e$)	$e^x + C$
5	$\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm A}}$	$\ln x + \sqrt{x^2 \pm A} + C$
6	$\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$\arcsin \frac{x}{a} + C$
	$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ ($a = 1$)	$\arcsin x + C$
7	$\frac{1}{x^2 - a^2}$	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$
8	$\frac{1}{x^2 + a^2}$	$\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
	$\frac{1}{x^2 + 1}$ ($a = 1$)	$\operatorname{arctg} x + C$

1) Смотрим в таблицу и ищем нужную формулу (формулы);

- 2) Применяем свойства линейности (где требуется);
- 3) Осуществляем превращение по табличным формулам и прибавляем в конце константу C .
- 4) Записываем ответ.

Критерии оценки

«отлично»- задание выполнено в полном объёме на 100%, материал полностью соответствует теме, изложение чёткое, ответы на вопросы исчерпывающие.

«хорошо»- задание выполнено на 70%, изложение неточное, студент затрудняется при ответах на вопросы.

«удовлетворительно»- задание выполнено на 40-50%, изложение материала вызывает затруднение, ответы на вопросы затруднённые или отсутствуют.

«неудовлетворительно»- задание не выполнено в полном объёме.

6.Задания на практические занятия

Раздел 1. Основные понятия комплексных чисел

Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними

Практическое занятие «Решение задач с комплексными числами.

Геометрическая интерпретация комплексного числа».

Задание:

Вычислить: Произвести сложение, вычитание и умножение комплексных чисел:

1) $3 + 5i$ и $7 - 2i$

2) $-2-3i$ и $-3 - 2i$

3) $-3-5i$ и $7 + i$

4) $(2+3i)^2$

5) $(3-5i)^2$

Вычислить: Выполнить действие:

1) $2 + 3i / 5 - 7i$

2) $3 + 5i / 2 + 6i$

3) $1 + i / 1 - i$

4) $6 + 2i / 1 - i$

Задание:

Пример 1: $z_1 = 2 (\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ)$

$z_2 = 5 (\cos 48^\circ + i \sin 48^\circ)$

Пример 2: $z_1 = 7,2 (\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)$

$z_2 = 0,3 (\cos 78^\circ + i \sin 78^\circ)$

Пример 3: $z = 2 (\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$

Пример 4: Найти все значения $4\sqrt{-1}$

Раздел 2. Элементы линейной алгебры

Тема 2.1. Матрицы и определители

Практическое занятие «Действия над матрицами».

Пример: Даны матрицы $A =$, $B =$, $C =$ и число $a = 2$. Найти $A^T B + aC$.

Решение: $A^T =$; $A^T B = \times =$;

$aC =$; $A^T B + aC = + =$.

Пример: Даны матрицы $A =$ и $B =$. Найти произведение матриц AB и BA .

Решение: $AB = \times =$.

$$BA = \times = (2 \times 1 + 4 \times 4 + 1 \times 3) = (2 + 16 + 3) = (21).$$

Задание 1

1. Вычислите матрицу $D = (A - B)^T * C$, где
2. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:
3. Вычислите матрицу $D = AB - 2E$,
где; E – единичная матрица.
4. Найти произведение матриц:

Задание 2

1. Вычислите матрицу $D = A * (B + C)$, где
2. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:
3. Вычислите матрицу $D = AB + 4E$,
где; E – единичная матрица.
4. Найти произведение матриц:

Задание 3

1. Вычислите матрицу $D = A * (B - C)^T$,
2. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:
3. Вычислите матрицу $D = AB + 3E$,
где; E – единичная матрица.
4. Найти произведение матриц:

Задание 4

1. Вычислите матрицу $D = BA + B - A^T$:
2. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:
3. Вычислите матрицу $D = AB - 5E$,
где; E – единичная матрица.
4. Найти произведение матриц:

Практическое занятие «Определители второго и третьего порядков».

Задание:

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x + 2y = 10. \end{cases}$$

Пример 2. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ 2x - y + 4z = 1, \\ x + 6y + z = 5. \end{cases}$$

Пример 3. При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} 2x + ay = a + 2, \\ (a + 1)x + 2ay = 2a + 4 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

Пример 4. Решить систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Пример 4. Решить систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = 9 \\ 6x - 5y + 2z = 17 \end{cases}$$

Тема 2.2. Методы решения систем линейных уравнений

Практическое занятие «Метод Гаусса (метод исключения неизвестных)».

Дана произвольная система линейных уравнений

Расширенной матрицей системы назовем матрицу полученную из А

$$\bar{A} = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdot & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & a_{2n} & b_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdot & a_{mn} & b_m \end{array} \right)$$

добавлением столбца свободных членов

Добавить:

1. Умножение какого-либо уравнения системы на число, отличное от нуля;
2. Прибавление к одному уравнению другого уравнения, умноженного на произвольное число;
3. Перемена местами двух уравнений в системе.

Практическое занятие «Формулы Крамера (для систем линейных уравнений с тремя неизвестными)».

Найдите решение неоднородной системы линейных алгебраических уравнений методом

Крамера
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = \frac{5}{6} \\ 2x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases}$$

Найдите решение системы линейных уравнений методом Крамера
$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

Используя метод Крамера, найдите решение системы трех линейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными

$$\begin{cases} 2y + x + z = -1 \\ -z - y + 3x = -1 \\ -2x + 3z + 2y = 5 \end{cases}$$

Решите методом Крамера систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 4x_3 = -a + \frac{4}{3}b \\ 6x_1 + x_2 + 4x_3 = 5a \\ 3x_1 - \frac{1}{2}x_2 + 2x_3 = \frac{3}{2}a + b \end{cases}$$

, где a и b – некоторые действительные числа.

Практическое занятие «Решение матричных уравнений».

1 вариант

1. Решить уравнение:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2x-1 & x+1 \\ x+2 & x-1 \end{vmatrix} = -6$$

2. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -2 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Найти rang A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Найти : X=?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} * X * \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

2 вариант

1. Решить уравнение:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} x-2 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 5x-10 & 2x \\ 4+3x & -2 \end{vmatrix} = 4$$

2. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -5 & a & 2 & -1 \\ 4 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 3 & -2 \\ 4 & d & 5 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Найти rang A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найти A^{-1} =?, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Найти X=?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} * X * \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

3 вариант

1. Решить уравнение

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & x-3 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3-2x & 2 \\ 5+4x & 8x \end{vmatrix} = 0$$

2. Вычислить определитель

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

3. Найти rang A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найти A^{-1} =?, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Решить матричное уравнение

$$X * \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Найти X=?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} * X * \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Тема 2.3. Моделирование и решение задач линейного программирования
Практическое занятие «Графический метод решения задачи линейного программирования».

Решить ЗЛП графическим методом:

$$\begin{cases} -x_1 - 5x_2 \leq -5, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 7x_1 + x_2 \geq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Построить на плоскости область допустимых решений системы линейных неравенств и найти наибольшее и наименьшее значения целевой функции .

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Раздел 4. Дифференциальные исчисления

Практическое занятие «Экстремум функции нескольких переменных».

Исследовать функцию на экстремум.

$$z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2.$$

$$z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

$$z = x^3 + y^3 - 15xy.$$

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20.$$

$$z = (x-1)^2 + 2y^2.$$

$$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$$

$$z = x^3 y^2 (6 - x - y), (x > 0, y > 0).$$

$$z = \frac{1}{2} xy + (47 + x - y) \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \right).$$

$$z = (x-1)^2 + 2y^2.$$

$$z = x^2 y (2 - x - y), (x > 0, y > 0).$$

$$z = y^2 (1 - x - y).$$

$$z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y, (x > 0, y > 0).$$

$$z = e^{(x-y)} (x^2 - 2y^2).$$

$$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y.$$

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}, (x > 0, y > 0).$$

$$z = x^2 + y^2 - 2\ln x - 18\ln y, (x > 0, y > 0).$$

$$z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

$$z = 1 + 6x - x^2 - xy + y^2.$$

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

$$z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3.$$

$$z = 2xy - 2x - 4y.$$

$$z = x^3 + xy^2 + 6xy.$$

$$z = (x^2 + y)\sqrt{e^y}.$$

$$z = 3\ln\frac{x}{6} + 2\ln y + \ln(12 - x - y).$$

$$z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2.$$

$$z = x^2 + y^2 - 2x - 4\sqrt{xy} - 2y + 8.$$

$$z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$$

$$z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8.$$

Раздел 5. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения

Тема 5.1. Неопределённый интеграл

Практическое занятие «Нахождение неопределённого интеграла с помощью таблиц, а также используя его свойства».

Решить задания из Таблицы 1.

Таблица 1 неопределенных интегралов

$$1) \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad \alpha \neq -1.$$

$$2) \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \left(\text{более точно} = \begin{cases} \ln x + C_1, \text{ при } x > 0 \\ \ln(-x) + C_2, \text{ при } x < 0 \end{cases} \right).$$

$$3) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1).$$

$$4) \int e^x dx = e^x + C.$$

$$5) \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C.$$

$$6) \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C.$$

$$7) \int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C.$$

$$8) \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$$

$$9) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C.$$

$$10) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C.$$

$$11) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C.$$

$$12) \int \sin x dx = -\cos x + C.$$

$$13) \int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$14) \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C.$$

$$15) \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C.$$

Практическое занятие «Методы замены переменной и интегрирования по частям».

$$1. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{2+x^3}$$

$$2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$$

$$3. \int_1^2 \frac{2^x dx}{1-2^x}$$

$$1. \int_{-1}^2 (3x^2 + 4x - 1) dx$$

$$2. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{3+\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx$$

$$3. \int_{-1}^0 (2x + 3)e^{-x} dx$$

$$1. \int_1^e \frac{\sin \ln x}{5x} dx$$

$$2. \int_1^2 \frac{2^x dx}{1+4^x}$$

$$3. \int_0^{\frac{1}{2}} e^{\sin x \pi} \cos \pi x dx$$

$$1. \int_{-1}^2 (3x^2 + 4x - 1) dx$$

$$2. \int_{-1}^0 \frac{x^2}{1-4x^2} dx$$

$$3. \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (2-x) \sin 3x dx$$

Практическое занятие «Интегрирование простейших рациональных дробей».

Рациональной дробью называется дробь вида $P(x)/Q(x)$, где $P(x)$ и $Q(x)$ – многочлены. Рациональная дробь называется правильной, если степень $P(x)$ ниже степени $Q(x)$; в противном случае дробь называется неправильной. Простейшими дробями 1, 2, 3, 4 типов называются правильные рациональные дроби следующего вида:

$$1. \frac{A}{x-a}$$

$$2. \frac{A}{(x-a)^m}, \text{ где } m\text{- целое число, большее единицы}$$

$$3. \frac{Ax+B}{x^2+px+q}, \frac{p^2-4q < 0}, \text{ т.е. квадратный трехчлен } x^2+px+q \text{ не имеет действительных корней.}$$

$$4. \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n}, \text{ где } n\text{ – целое число, большее единицы, и квадратный трехчлен } x^2+px+q \text{ не имеет действительных корней.}$$

Интегрирование простейших дробей 1 и 2 типов производится непосредственно:

$$\int \frac{A}{x-a} dx = A \ln|x-a| + C$$

$$\int \frac{A}{(x-a)^m} dx = \frac{A}{1-m} * \frac{1}{(x-a)^{m-1}} + C$$

Для интегрирования простейшей дроби 4 типа в числителе дроби нужно записать производную квадратного трехчлена и разложить полученный интеграл на сумму двух интегралов. Первый из них подстановкой $x^2 + px + q = t$

приведется к виду $\int \frac{dt}{t^n} = \frac{1}{(1-n)t^{n-1}}$, а второй имеет вид $\int \frac{dx}{(x^2 + px + q)^n}$. С помощью подстановки $x + p/2 = u$ он преобразуется в интеграл

вида $I_n = \int \frac{du}{(u^2 + a^2)^n}$, который интегрированием по частям можно свести к

более простому интегралу $I_{n-1} = \int \frac{du}{(u^2 + a^2)^{n-1}}$ того же типа, но показатель в знаменателе уменьшается на единицу. При этом справедлива формула:

$$I_n = \frac{1}{2a^2(n-1)} * \frac{u}{(u^2 + a^2)^{n-1}} + \frac{1}{a^2} * \frac{2n-3}{2n-2} I_{n-1}$$

Повторяя этот процесс, в конце концов получим интеграл

$$I_1 = \int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a}$$

В практических вычислениях следует использовать не рекуррентную формулу, а метод, с помощью которого она выводится.

ЗАДАНИЕ на интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби:

$$\int \frac{x^2 + 2x + 6}{x^3 - 7x^2 + 14x - 8} dx$$

Тема 5.2. Определённый интеграл

Практическое занятие «Правила замены переменной и интегрирования по частям».

ЗАДАНИЕ:

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \frac{dx}{5-2x}$$

Тема 5.3. Несобственный интеграл

Практическое занятие «Вычисление несобственных интегралов. Исследование сходимости (расходимости) интегралов».

Задача 1. Вычислить несобственный интеграл

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Решение. Подынтегральная функция определена и непрерывна на всей числовой оси. Эта функция является четной. Следовательно,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 2 \int_0^{+\infty} f(x) dx$$

Тогда имеем:

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \arctg x \Big|_0^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} (\arctg b - \arctg 0) = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

Интеграл сходится. Следовательно, исходный интеграл также сходится и равен π .

Задача 2. Найти значение несобственных интегралов или установить их расходимость (решить задачи по образцу):

1) $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$;

2) $\int_{13}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$;

3) $\int_{-\infty}^0 \cos 5x dx$;

4) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{3+x^2+2x^5}$.

Задача 3. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$.

Решение. Подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв в точке $x = 2$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{2-\varepsilon} (2-x)^{-\frac{1}{2}} dx = -2 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (2-x)^{\frac{1}{2}} \Big|_0^{2-\varepsilon} = \\ &= -2 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\sqrt{2-2+\varepsilon} - \sqrt{2-0}) = 2 \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\sqrt{\varepsilon} - \sqrt{2}) = \sqrt{2} \quad (\varepsilon > 0) \end{aligned}$$

т.е. данный интеграл сходится.

Задача 7. Исследовать несобственный интеграл на сходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x} + 2x}$$

Решение. Подынтегральная функция терпит разрыв в точке $x = 0$. Очевидно, что при $x \geq 0$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x} + 2x} \leq \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$$

Так как несобственный интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{0+\varepsilon}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{5}{4} \sqrt[5]{x^4} \Big|_{\varepsilon}^1 = \frac{5}{4} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\sqrt[5]{1} - \sqrt[5]{\varepsilon^4}) = \frac{5}{4} \quad (\varepsilon > 0)$$

т.е. сходится, то сходится и исходный интеграл.

Исследовать несобственные интегралы на сходимость:

$$\int_0^{+\infty} 2e^{-\sqrt{x}} dx \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 6x + 12} \quad \int_1^{\infty} \frac{2 + \sin x}{\sqrt{x}} dx \quad \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}} \quad \int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^2}} \quad \int_2^5 \frac{dx}{(x-4)^2}$$

Практическое занятие «Приложения интегрального исчисления».

Вариант 1.

1. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,08 м, если сила 120 Н растягивает пружину на 0,04 м?
2. Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения, если скорость тела

$$v(t) = 8t - 3 \text{ (м/с)}.$$

3. Вычислить массу стержня на отрезке от 2 до 5, если его плотность задаётся функцией $\rho(x) = 2x - 1$

Вариант 2.

1. Какую работу нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,08 м, если сила 120 Н растягивает пружину на 0,04 м?
2. Найти путь, пройденный телом за 4 секунды от начала движения, если скорость тела

$$v(t) = 8t - 3 \text{ (м/с)}.$$

3. Вычислить массу стержня на отрезке от 2 до 5, если его плотность задаётся функцией $\rho(x) = 2x - 1$

Тема 5.4. Дифференциальные уравнения

Практическое занятие «Дифференциальные уравнения первого порядка и первой степени».

Задание:

Пример 1: Вычислить производную функции:

$$f(x) = (x^3 - 2x + 7)^4$$

Пример 2: Вычислить производную функции:

$$y = \ln(4x^3 + x)^5$$

Пример 3: Доказать, что функция $f(x, y) = x + y^2 + \ln(x + y^2)$ дифференцируема в точке $(0, 1)$ и найти $df(0, 1)$.

Пример 4: Исследовать функцию $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ на дифференцируемость в точке $(0, 0)$. Пример 5:

Найти частные производные функции двух переменных:
 $z = x^2 + y^3 + xy + 8$ $p v = R T$.

Пример 6: Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(2 - \sin x)^2}$$

$$\text{б) } \int x^2 \sqrt{2x^3 + 7} dx$$

Практическое занятие «Уравнения с разделяющимися переменными».

Задание:

Пример 1. Решить уравнение:

$$y' = x \cdot (y - 1); \frac{dy}{dx} = x \cdot (y - 1); \frac{dy}{(y - 1)} = x \cdot dx; \int \frac{dy}{(y - 1)} = \int x \cdot dx; \ln |y - 1| = \frac{x^2}{2} + C$$

Пример 2: Найти решение дифференциального уравнения $xdx + ydy = 0$.

Пример 3: Найти решение дифференциального уравнения $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$.

Практическое занятие «Однородное дифференциальное уравнение».

Решить дифференциальное уравнение $xy' = y$

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$x \cdot \frac{dy}{dx} = y$$

ЗАДАНИЕ: Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = -2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$

Критерии оценки практических занятий

«Зачет» ставится в случае, если все теоретические вопросы и практические задания раскрыты и решены полностью. При выполнении практического задания студент обобщил ранее усвоенные знания и сделал свои выводы. К задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие)

«Незачет» ставится в том случае, если теоретические вопросы не раскрыты. Задачи решены на 50%.

7. Промежуточная аттестация студентов.

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине «Математика» проводится в виде дифференцированного зачета и контрольного опроса.

К промежуточной аттестации по учебной дисциплине допускаются все студенты.

При явке на промежуточную аттестацию студентам необходимо иметь зачетную книжку.

По результатам всех видов оценочной деятельности студенту выставляется итоговая отметка по учебной дисциплине. Шкала оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию в установленное время по уважительной причине, подтвержденной документально соответствующим документом, сдают её индивидуально, в установленные сроки.

Контрольный опрос - оценка за 3 семестр выставляется по текущим оценкам.

Дифференцированный зачет.

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

1. Числовые последовательности.
2. Определение, б.м.в., б.б.в.
3. Предел переменной.
4. Производная функции, ее физический и геометрический смысл.
5. Механический смысл второй производной.
6. Геометрический смысл определенного интеграла.
7. Формула прямоугольников.
8. Формула трапеций.
9. Формула Симпсона.
10. Общие понятия о дифференциальных уравнениях.
11. Числовые ряды.
12. Необходимое условие сходимости ряда.
13. Функциональные ряды.
14. Степенные ряды.
15. Множество, его элементы (равные множества, подмножество и т.д.).
16. Отображение множеств.
17. Понятие функции и способы ее задания; композиция функций.
18. Отношения; их виды и свойства.
19. Диаграмма Венна.
20. Булеан, операции на булеане.
21. Определение графа.
22. Виды графов.
23. Цикл в графе. Связанные графы. Деревья.
24. Ориентированный граф. Изображение графа на плоскости.
25. Понятие события.
26. Достоверные и невозможные события.
27. Определение вероятности.
28. Математическое ожидание.
29. Дисперсия случайной величины.

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

1. Определители 2-го порядка их вычисление и свойства.
2. Определители 3-го порядка их вычисление и свойства.
3. Формулы Крамера.
4. Предел функции, теоремы о пределах.
5. Дифференциал функции.
6. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
7. Неопределенный интеграл (определение, свойства).
8. Формулы неопределенного интеграла.

9. Определенный интеграл (определение, свойства).
10. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
11. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами
12. Достаточные признаки сходимости рядов (сравнение, признак Даламбера).
13. Знакопередающиеся ряды.
14. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
15. Интегральный признак Коши.
16. Признак Лейбница.
17. Ряды Фурье.
18. Ряд Маклорена.
19. Алгебраическая форма комплексного числа.
20. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
21. Тригонометрическая форма комплексных чисел
22. Показательная форма комплексных чисел.
23. Переход из одной формы в другую.
24. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
25. Элементы комбинаторики.
26. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
27. Случайная величина, ее функция распределения.
28. Понятие о численном дифференцировании.
29. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона.
30. Построение интегральной кривой.
31. Метод Эйлера.